de frontière (BC).

Dans ce cas $\widehat{\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{CN}\right)} \equiv \pi + \widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)} + \pi[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc R_M est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$

Deuxième cas : $M \in [BA)\backslash\{B\} \Rightarrow N \in [CA)\backslash\{C\}$

Dans ce cas $\widehat{\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{CN}\right)} \equiv 0 + \widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)} + 0[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc R_M est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Comme R_M est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ et transforme B en C **alors** R_M est indépendante de M en effet désignons par Ω le centre de R_M

$$R_M(B) = C \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega B = \Omega C \\ \widehat{\left(\overrightarrow{\Omega B};\overrightarrow{\Omega C}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Omega \in \text{méd}[BC] \\ \Omega \in \text{ au demi cercle de diamètre [BC] et tel que} \\ \qquad \Omega BC \text{ est un triangle rectangle direct.} \end{cases}$$

Conclusion : il existe une unique rotation R telle que pour tout point M de (AB) on a : $R(M) = N$ et $R(B) = C$.

2/a- • $f(B) = (S_{(O\Omega)} \circ R)(B) = S_{(O\Omega)}(C) = B$ car $(O\Omega) = \text{med}[BC]$.

• $f(\Omega) = (S_{(O\Omega)} \circ R)(\Omega) = S_{(O\Omega)}(\Omega) = \Omega$.

b- f est un antidéplacement car elle est la composée d'un déplacement et d'un antidéplacement .

De plus f fixe Ω et B alors f est la symétrie axiale d'axe (ΩB).

3/a- • $\widehat{\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega N}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ car $R(M) = N$

et comme I=M*N alors $\widehat{\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega I}\right)} \equiv \frac{\pi}{4} \quad [2\pi]$.

• $\Omega M = \Omega N$ car $R(M) = N$

$\Rightarrow \Omega MI$ est un triangle isocèle en Ω

et comme I=M*N alors ΩMI est un triangle rectangle en I

$\Rightarrow \frac{\Omega I}{\Omega M} = \cos \widehat{I\Omega M} \Leftrightarrow \Omega I = \cos\frac{\pi}{4}\Omega M \Leftrightarrow \Omega I = \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega M.$